

## RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA, II r. INF, PPT.

Lista zadań nr 2

2015/16

1. Udowodnić, że jeśli zdarzenia  $A, B$  są niezależne, to także niezależne są następujące pary zdarzeń: i)  $A^c, B$ , oraz ii)  $A^c, B^c$  Wsk: wykorzystać i) do udowodnienia ii).
2. Niech  $(\Omega, P)$  będzie przestrzenią probabilistyczną. Niech  $B \subseteq \Omega$  oraz  $P(B) > 0$ . Pokazać, że  $(\Omega, P(\cdot|B))$  też jest przestrzenią probabilistyczną; i to samo dla  $(B, P(\cdot|B))$ .
3. Znaleźć przykład zdarzeń  $A, B, C$ , które nie są niezależne, gdzie wszystkie te zdarzenia są parami niezależne.
4. Zdarzenia  $A, B$  są niezależne oraz  $P(A) = 2P(B)$  oraz  $A \cup B = \Omega$ . Obliczyć  $P(A)$ .
5. W jakiej sytuacji zdarzenia niezależne mogą być rozłączne?
6. Na stole stoją trzy kapelusze. W pierwszym są dwie kule białe i jedna czarna. W drugim trzy kule białe i jedna czarna. W trzecim jest tylko jedna kula czarna. Losujemy kapelusz, a następnie jedną kulę z kapelusza. Jakie jest prawdopodobieństwo, że będzie to kula czarna?
7. W zadaniu 4 dla zwiększenia szansy wyciągnięcia kuli czarnej możemy dodać jedną kulę czarną do jednego z wybranych przez nas kapeluszy. Do którego opłaca się najbardziej tę kulę dodać? O ile wzrośnie prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuli czarnej, gdy dodatkowo wybraną kulę czarną dodamy do losowo wybranego kapelusza?
8. W doświadczeniu z zadania 4 wylosowaliśmy kulę czarną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z trzeciego kapelusza?
9. W urnie są trzy kule białe i cztery kule czarne. Rzucamy monetą, decydując, czy będziemy losować ze zwracaniem - orzeł, czy bez zwracania - reszka. Następnie losujemy dwie kule. Jakie jest prawdopodobieństwo, że obie będą białe?
10. W doświadczeniu z zadania 8 wylosowaliśmy dwie kule czarne. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w rzucie monetą wypadła reszka?